La Lumière du Savoir

مدرسة نور المعرفة

Année 2022-2023 - Grand Oral de Spécialité

Question de Mathématique

Étude de la force de freinage d’une voiture

Mieux estimer la distance de freinage peut-il aider à sauver des vies ?

Auteurs : Bilal SENOL

1. Modélisation du freinage

Les équations du freinage d'une voiture peuvent être complexes car elles dépendent de nombreux facteurs tels que la masse de la voiture, les forces de frottement, les coefficients de friction, etc. Cependant, on peut donner une description simplifiée du freinage d'une voiture.

Lorsque l’on appuie sur la pédale de frein, plusieurs éléments entrent en jeu pour ralentir la voiture. Les principaux éléments sont les freins à disque ou les freins à tambour situés sur chaque roue de la voiture.

L'une des équations fondamentales utilisées pour décrire le freinage est l'équation de la force de freinage. Cette équation est donnée par :

$$F = \mu \cdot m \cdot g$$

où :

- F est la force de freinage appliquée par les freins (N),
- μ est le coefficient de friction (sans dimension) entre les plaquettes de frein et les disques (ou les garnitures de frein et les tambours),
- m est la masse de la voiture (kg),
- g est l'accélération due à la gravité (environ 9,8 m/s²).

Cette équation indique que la force de freinage dépend du coefficient de friction, de la masse de la voiture et de l'accélération due à la gravité.

Une autre équation importante est l'équation du mouvement de la voiture lors du freinage. Cette équation est basée sur la deuxième loi de Newton et est donnée par :

$$F = m \cdot a$$

où :

- F est la force de freinage,
- m est la masse de la voiture,
- a est l'accélération de la voiture.

L'accélération de la voiture (a) est négative pendant le freinage, ce qui signifie qu'elle ralentit. En utilisant cette équation, vous pouvez calculer l'accélération de la voiture en fonction de la force de freinage et de sa masse.

Ces équations fournissent une description simplifiée du freinage d'une voiture. Cependant, il est important de noter que le freinage réel peut être affecté par de nombreux autres facteurs, tels que la résistance de l'air, l'état des freins, l'adhérence des pneus, etc.

2. Résolution analytique

Pour résoudre analytiquement les équations du mouvement d'une voiture en fonction du temps, il faut intégrer les équations différentielles correspondantes.

Les équations à considérer sont :

1. Équation de la vitesse :

$$a = dv/dt$$

2. La force de freinage F est donnée par :

$$F = \mu \cdot m \cdot g$$

En utilisant la deuxième loi de Newton, $F = m \cdot a$, nous pouvons écrire :

$$dv/dt = - (\mu \cdot m \cdot g) / m$$

En simplifiant, nous avons : $dv/dt = - \mu \cdot g$

Maintenant, nous pouvons intégrer cette équation différentielle du premier ordre. En intégrant des deux côtés, nous obtenons :

$$\int dv = - \mu \cdot g \cdot \int dt$$

Ce qui donne : $v = - \mu \cdot g \cdot t + C1$, où C1 est une constante d'intégration.

Pour déterminer la constante d'intégration C1, on considère qu'à t=0s, la vitesse initiale est v_0. Alors, il vient : $v = - \mu \cdot g \cdot t + v_0$.

3. Équation de la position : $v = dx/dt$

En intégrant l'équation différentielle du premier ordre de la vitesse, nous obtenons :

$$\int v = - \mu \cdot g \cdot \int t + \int v_0$$

Ce qui donne : $x = -\mu \cdot g \cdot t^2 / 2 + v_0 \cdot t + C2$, où C2 est une constante d'intégration.

Pour déterminer la constante C2, nous considérons que la voiture était à la position x_0 au temps t=0s.

Ces équations supposent un freinage constant, avec un coefficient de friction (µ) et une masse (m) constants.

Dans la réalité, ces valeurs peuvent varier, ce qui entraînerait une résolution plus complexe.

3. Résolution numérique

Dans le programme Python, nous définissons les valeurs du coefficient de friction (mu), de la masse de la voiture (m) et de l'accélération due à la gravité (g). Ensuite, nous calculons la force de freinage en utilisant l'équation $F = \mu * m * g$. Enfin, nous calculons l'accélération (décélération) de la voiture en utilisant l'équation $a = F / m$.

Programme Python qui calcule la décélération du freinage :

```
# Coefficient de friction
mu = 0.7

# Masse de la voiture en kg
m = 1500
```

```
# Accélération due à la gravité en m/s^2
g = 9.8

# Force de freinage en Newtons
F = mu * m * g

# Affichage de la force de freinage
print("Force de freinage :", F, "N")

# Calcul de l'accélération de la voiture
a = F / m

# Affichage de l'accélération
print("Décélération :", a, "m/s^2")
print("Nombre de g :", a/g, "g")
```

L'exécution de ce programme affiche la force de freinage et l'accélération de la voiture en fonction des valeurs définies pour mu et m :

```
Force de freinage : 10290.0 N
Décélération : 6.86 m/s^2
Nombre de g : 0.7 g
```

Pour rappel, ce programme est une simplification qui ne prend pas en compte tous les facteurs du freinage réel d'une voiture.

On donne ci-dessous le programme Python qui résout les équations du mouvement de la voiture par la méthode d'Euler en fonction du temps pour calculer la vitesse et la position :

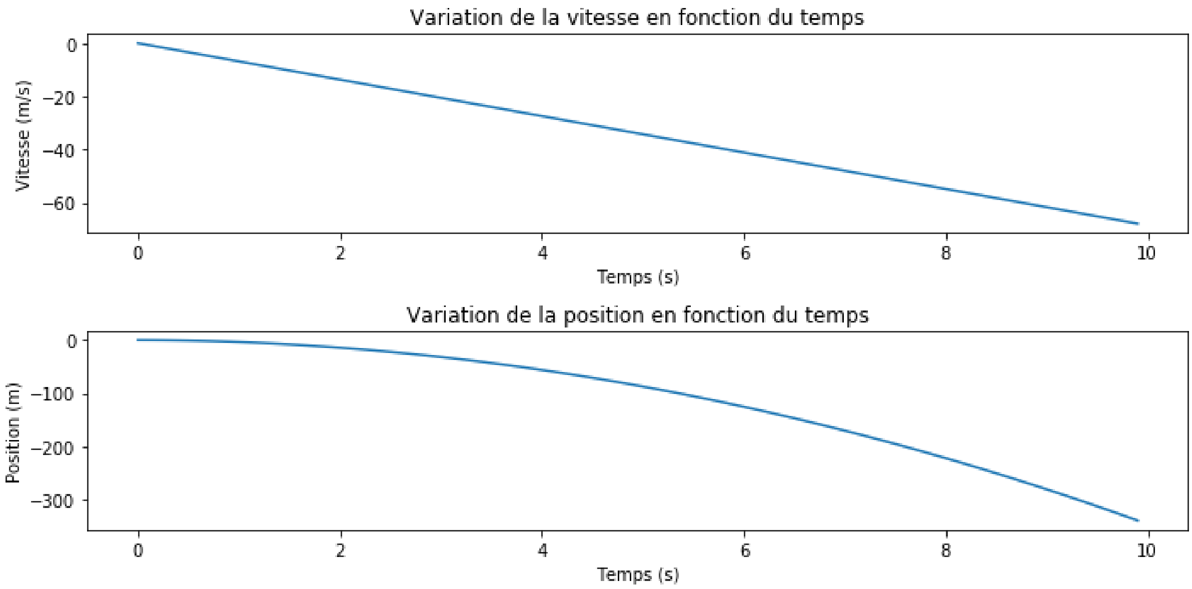
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Coefficient de friction
mu = 0.7

# Masse de la voiture en kg
m = 1500

# Accélération due à la gravité en m/s^2
g = 9.8

# Calcul de la force de freinage en fonction de la vitesse actuelle
F = mu * m * g

# Calcul de l'accélération en utilisant la deuxième loi de Newton
a = -F / m


# Temps initial, final et incrément
t0 = 0
tf = 10
dt = 0.1
```

```
# Création des tableaux pour stocker les valeurs de temps, vitesse et
position
t = np.arange(t0, tf, dt)
v = np.zeros_like(t)
x = np.zeros_like(t)

# Initialisation de la vitesse et de la position initiales
v[0] = 0
x[0] = 0

# Boucle de calcul de la vitesse et de la position par la méthode
d'Euler
for i in range(1, len(t)):
    # Calcul de la nouvelle vitesse
    v[i] = v[i-1] + a * dt

    # Calcul de la nouvelle position
    x[i] = x[i-1] + v[i] * dt


# Affichage de la force de freinage
print("Force de freinage :", F, "N")

# Affichage de l'accélération
print("Décélération :", a, "m/s^2")
print("Nombre de g :", a/g, "g")

# Tracé des graphiques de la vitesse et de la position en fonction du
temps
plt.figure(figsize=(10, 5))
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, v)
plt.xlabel('Temps (s)')
plt.ylabel('Vitesse (m/s)')
plt.title('Variation de la vitesse en fonction du temps')

plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(t, x)
plt.xlabel('Temps (s)')
plt.ylabel('Position (m)')
plt.title('Variation de la position en fonction du temps')

plt.tight_layout()
plt.show()
```

Ce programme utilise la bibliothèque NumPy pour créer des tableaux et effectuer des calculs numériques, ainsi que la bibliothèque Matplotlib pour tracer les graphiques.

On peut ajuster les valeurs du coefficient de friction (mu), de la masse de la voiture (m), du temps initial (t0), du temps final (tf) et de l'incrément de temps (dt). Le programme calcule ensuite, avec la méthode d'Euler, la vitesse et la position de la voiture à chaque instant de temps à l'aide des équations du mouvement.

Le programme affiche ensuite deux graphiques : l'un représentant la variation de la vitesse en fonction du temps, et l'autre représentant la variation de la position en fonction du temps.



4. Conclusion

Estimer la distance de freinage est un problème complexe, à la fois d'un point de vue théorique mais aussi d'un point de vue expérimental tant il est vrai que cette distance dépend de nombreux facteurs humains et techniques.

Côté technique, les voitures bénéficient d'améliorations constantes qui permettent de limiter la distance de freinage.

Côté humain, les aides à la conduite se font de plus en plus nombreuses grâce aux radars et aux calculateurs embarqués.

Les Mathématiques peuvent aider à mieux estimer les distances de freinage et ainsi contribuer à réduire les décès sur les routes. Mais, c'est surtout la vigilance de tous les usagers de la route, piétons, utilisateurs d'engins à deux roues, motards, automobilistes, forces de l'ordre, politiciens qui feront que l'on réduira le nombre de morts sur la route.